

工学に触発される相互同期の新展開:

振り子時計からVLSI、センサーネットまで

「結合振動系の動力学 — 同期現象とその周辺 —」

田中 久陽, 太田 大輔, 大塚 剛, 永田 憲章, 松村 明和(電通大)

伊達 正晃, 福永 茂(沖電気)

## 三題噺の趣旨: テクノロジーと同期

### ●ホイヘンスの見たものは何だったのか?

歴史の話..

### ●最近10年の工学分野での進展

工学における動的縮約

### ●センサーネットワーク

微小な要素間でローカルにデータのやり取りを行うタイミングの問題

CHRISTIAAN HUYGENS à CONSTANTYN HUYGENS, père.

26 FÉVRIER 1665.

*Le sommaire se trouve à Leiden, coll. Huygens.**Un extrait a été publié dans le Journal des Sçavans 1665, No. XI<sup>1)</sup>.*

26 Febrier 1665.

## A MON PÈRE

Douleur du costè. des vents. Si Auzout voudroit se charger de l'affaire <sup>2)</sup> des Pendules. Je vous ay escrit du contenu du Placet, mais il y auroit peut estre trop pour y faire entrer, parce qu'on m'a dit que les Placets ne sont que fort courts et seulement pour faire souvenir le Roy de quelque chose. Je vous ay envoié la responce du Prince Maurice <sup>3)</sup> observation de la sympathie des horologes, chose admirable. tesmoigne la justesse des horologes puis qu'il faut si peu de chose pour les tenir dans l'accord perpetuel. quarrè d'une table mis entre deux qui les cachoit l'un à l'autre. le frere de Zeelhem ne scauroit trouver l'inscription <sup>4)</sup>.

<sup>6)</sup> Henrik, baron van Reede van Renswoude, fils de Johan van Reede et de Jacoba van Reede, sa cousine, mourut célibataire le 19 septembre 1669. Ambassadeur ordinaire à Madrid depuis 1656, il s'y rendit très utile, particulièrement en 1660, lorsque les États-Généraux envoyèrent en Espagne une ambassade extra ordinaire. Il retourna dans sa patrie en 1667, acheta la seigneurie de Schonauwen et fut admis dans la chevalerie d'Utrecht.

<sup>1)</sup> Du Lundy 16 mars MDCLXV.

<sup>2)</sup> Le privilège des horloges marines en France.

<sup>3)</sup> Maurits, comte de Nassau, fils unique de Willem van Nassau, un des fils naturels que le Prince Maurits van Nassau eut de Wilhelmina van Mechelen.

<sup>4)</sup> Ici finit le sommaire; nous faisons suivre l'extrait du Journal des Sçavans, dont une traduction parut dans les „Opera Varia” de Huygens, publiées par 's Gravesande, p. 213.

## MONSIEUR CHAPELAIN.

a sa precedente lettre de felicitation. Graces d'avoir procuré la publication <sup>1)</sup> si illustre de l'invention des Longitudes. Obligé a Monsieur de Salo. il passe icy pour l'auteur du journal. Esprit libre, clairvoyant. grande connoissance. je voudrois qu'il n'eust pas mis ce *avec beaucoup d'approbation*, qui n'estoit pas dans ma lettre; et me feroit mal de parler ainsi. Que je ne poursuis pas le profits, assez satisfait d'avoir trouuè une chose utile pour le public. Je ne m'en inquieteray point. mais ne neglige pas celuy, qui s'offre, quand ce ne seroit que pour faire veoir que les sciences ne sont pas infructueuses. pas encore le detail de la relation de Holmes. dedicace <sup>2)</sup> estoit faite aux Estats, mais fera toute autre chose et aura une autre titre de forte que je pourray la faire au Roy, a la bontè et bienfaits de qui je suis si fort redevable.

---

N<sup>o</sup> 1338.

CHRISTIAAN HUYGENS à R. MORAY.

27 FÉVRIER 1665.

*La lettre se trouve à Londres, Royal Society.*

*La copie se trouve à Leiden, coll. Huygens.*

*Elle est la réponse aux Nos. 1326 et 1329. R. Moray y répondit par le No. 1348.*

*Sommaire:* 3 feuilles de mon Instruction, reste une et demie. pris l'Epoche suivant la vostre. faire imprimer sa lettre traduite a la fin. Histoire de ma nouvelle observation de la sympathie. bien aisé de la convenance entre Monsieur Wren et moy de ce que nous trouons la Comete entre nostre orbe et celuy de Mars. Davison point venu encore. mon Pere ma communiqué quelque chose du livre de Monsieur Hook. machine pour les lunettes ne reussira pas de la forte a mon avis. jugement de la cariole de Dessons.

A la Haye ce 27 fevrier 1665.

MONSIEUR

Ayant receu 3 des vostres de suite il est plus que temps que je me mette a y respondre, et toutefois je n'ay que fort peu de loisir aujourdhuy pour vous entre-

<sup>1)</sup> Dans le Journal des Sçavans. Voir la Lettre N<sup>o</sup>. 1324.

<sup>2)</sup> La Dédicace de l'Horologium Oscillatorium.

tenir attendant bientôt du monde, qui ne me quitteront pas le reste de la journée. Cependant en attendant j'iray jusqu'ou je puis.

Voicy 3 feuilles de l'instruction pour les Pilotes <sup>1)</sup>. Le reste n'est pas encore achevé d'imprimer: mais je vous l'enverray par le premier ordinaire. C'est encore une feuille et demie. J'ay pris ce que j'ay trouvé de bon dans vostre instruction, qui est que suivant elle on oste l'Equation de l'heure de l'horologe lors qu'on l'accorde avec le Soleil, ce qui donne de la commodité par apres. Vous pourrez de meme choisir ce que l'on trouvera a propos de la miene et l'augmenter en ce qu'il y manque, et puis s'il vous plait vous m'en enverrez aussi un exemplaire.

J'ay pris la liberté de mettre a la fin un Extrait de vostre lettre <sup>2)</sup> ou est la Relation de Holmes, translaté en nostre langue, m'assurant que vous ne le trouveriez pas mauvais; toutefois sans alleguer vostre nom, par ce que je n'oserois faire cela sans vostre permission et par ce que cela m'eust aussi obligé en quelque façon d'y mettre la main, ce que je n'ay pas voulu.

Ayant esté obligé par une petite indisposition de garder quelque temps ma chambre, je me suis mis a faire des Experiences avec deux horologes que j'ay de la nouvelle fabrique, et je m'en vay vous dire une chose merveilleuse et qui vous surprendra que j'ay observée. C'est que ces horologes estant suspendues l'une a costé de l'autre d'une mediocre distance de un ou 2 pieds, correspondent entre elles par une espece de sympathie qui fait qu'estant bien ajustées ensemble, et pourtant pas de la dernière exactitude, elles s'accordent aussi longtemps qu'on veut sans s'écarter l'un de l'autre de la moindre partie d'une seconde, et sans meme changer de battement, mais demeurent perpetuellement a sonner toutes les vibrations ensemble, comme si c'estoit une seule horologe. Et quand j'interromps cette consonance, je voy que dans quelque demie heure elles s'y remettent d'elles mesmes; et puis s'y maintiennent sans aucunement varier. Cecy est d'autant plus merveilleux, que chaque horologe est suspendue a part et enfermée dans sa boete, qui pese avec tout le plomb qu'elle contient 80 ou 90 livres, et l'on ne peut pas remarquer que ces boetes se meuvent. J'ay aussi pris le quarré d'une table de 3 pieds et espois d'un pouce, et l'ay mis entre les 2 horologes de sorte que l'une estoit entierement cachée à l'autre et toutefois la concorde est demeurée comme auparavant des jours et nuits entieres, et l'ayant interrompu s'est remise de mesme. Cette decouverte ne m'a pas peu rejouie, estant en mesme temps une belle preuve de la justesse de ces horologes, puis qu'il faut si peu de chose pour les maintenir dans un accord perpetuel. Je croy que ce qui cause cette sympathie est un mouvement imperceptible dans l'air qui agisse contre les boetes quelques pesantes qu'elles

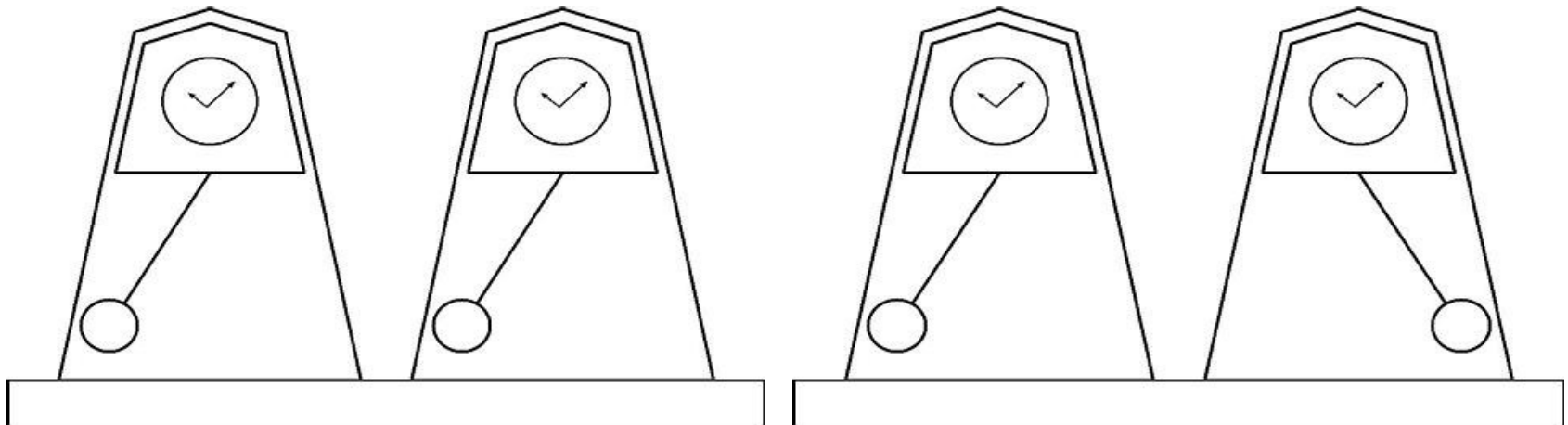
“The first systematic experimental study was performed in 1665 by Huygens with two marine pendulum clocks hanging from a common Support.”

C.Huygens, XI J.Scavants,79,16 March 1665; XII J.Scavants, 86, 23 March 1665.(論文)

では、最初の発見は？

C.Huygens, Oeuvres Completes de Christiaan Hugins (Swets and Zeitlinger B.V., 1977), Vol. 22, pp. 243-249;

1665年2月26日 父親への手紙, 翌日 知人のR.Morayへの手紙のよると



相互同期ではなく、卓上の2つの振り子時計で逆相同期であった。

## Open Questions:

- ・同期の発見の経緯は？  
卓上の振り子時計での発見→壁掛けの振り子時計での実験 ??
- ・2個より多数の振り子時計ではどうなるのか？  
ホイヘンスは考えなかったのか ??

時は流れて..

90年代後半以降の同期の工学的問題の展開

## ・ジョセフソン接合素子列 (JJA)

式の上でうまく解ける稀な例

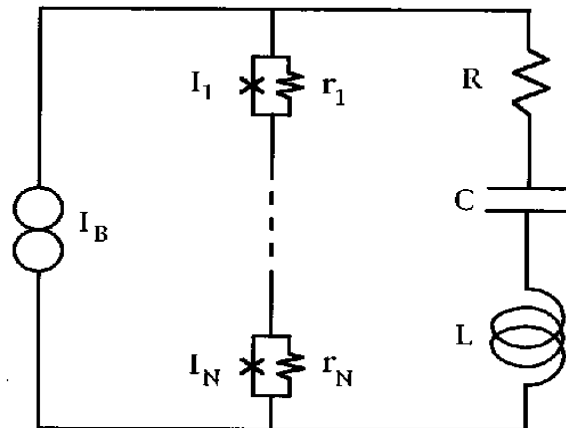


FIG. 1. Circuit model for a current biased series array of Josephson junctions shunted in parallel by an inductor-capacitor-resistor load.

## ・VLSI等の現実的回路の同期の問題

式の上で解ける筈のない繁雑な問題や実験系を取り扱う努力

支配方程式:

$$\frac{\hbar}{2er_j} \dot{\phi}_j + I_j \sin \phi_j + \dot{Q} = I_B, \quad j = 1, \dots, N$$

$$L\ddot{Q} + R\dot{Q} + \frac{1}{C}Q = \frac{\hbar}{2e} \sum_{k=1}^N \dot{\phi}_k$$

一言では語り尽くせない美しい変換を施して、  
遅い時間変化(発振位相のダイナミクス)を記述する蔵本の方程式  
が得られる。

$$\dot{\theta}_j = \omega_j - \frac{K}{N} \sum_{K=1}^N \sin(\theta_j - \theta_k + \alpha)$$

( K. Wiesenfeld, P. Colet, and S.H. Strogatz, Phys. Rev. Lett. 76, 404 (1996)  
より)

最近の動向: ジョセフソン接合素子の梯子列でRSJ (resistive  
shunted junction) の場合には, 局所結合の位相方程式が得られる

$$\frac{d\theta_j}{d\tau} = \Omega_j + K_j \sum_{\delta=\pm 1} \sin(\theta_{j+\delta} - \theta_j)$$



## Open Questions:

寄生容量が大きい場合, 同期の強度がヒステリシスを示すことが, 実験/シミュレーションにより確認されている.

- ・ 上記の遅い時間変化における位相のダイナミクスから, この現象を捉える事ができないか ?

既に何人か試みているが. . . 位相方程式に位相の慣性項を導入 ??

関連: H.A.Tanaka, A.J Lichtenberg, and S. Oichi, Phys. Rev. Lett.

78, 2104 (1997)

G.Filatrella, N.F.Penderson, and K.Wiesenfeld, Phys. Rev. E

61, 2513 (2000)

B. C. Daniels, S. T. M. Dissanayake, and B. R. Trees, Phys.

Rev. E 67, 026216 (2003)

# クロック同期の新しい流れ: 相互同期クロック網

関連:

H. Mizuno and K. Ishibashi, *ISSCC Dig. Tech. Papers*, Feb. 1998, pp. 404--405.

V. Gutnik and A. Chandrakasan, *ISSCC Dig. Tech. Papers*, Feb. 2000, pp. 174--175.

従来方式に比べメリットはあるものの、動作機構／限界は明らかでなかった。

位相方程式への縮約が可能！

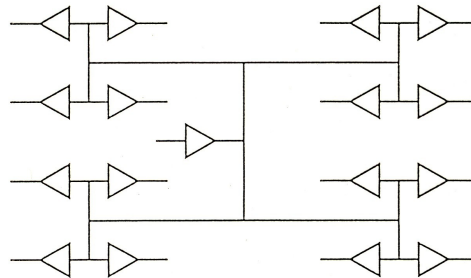
Hisa-Aki Tanaka, Akio Hasegawa, Hiroyuki Mizuno, and Tetsuro Endoh, **IEEE Trans. CAS – I**, vol. 49, no. 9, pp. 1271 -- 1278, Sep. 2002.

インパルスを介した同期回路も実現可能。

Hisa-Aki Tanaka, Akio Hasegawa, and Shinichiro Haruyama, **IEE Electronics Letters**, vol. 37, no. 2, pp. 77 -- 78, Jan. 2001.

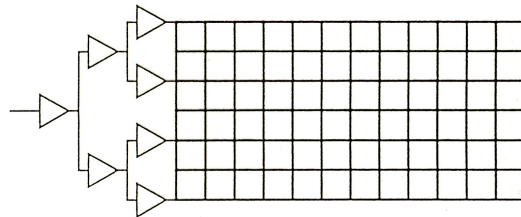
## 従来型クロック網

### H-tree, メッシュ網, その混合型



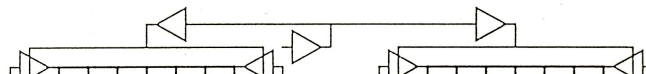
- Can achieve small random skew components
  - Limited by process uniformity, not process corner
- Example: PowerPC 603 [G. Gerosa, JSSC Dec 94]

High Speed Clocking for Large Digital ICs — 48

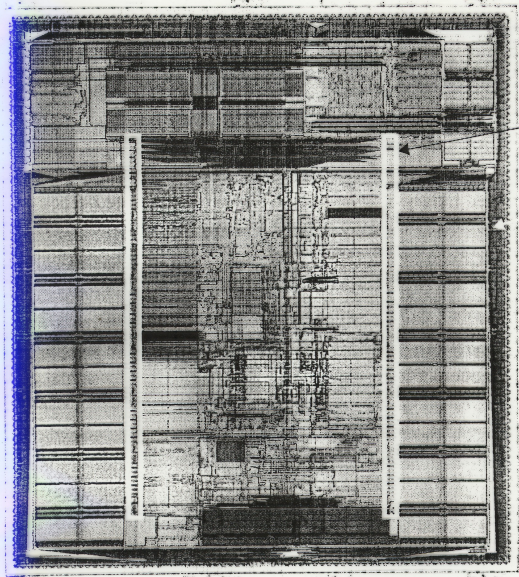


- Results in very small random skew components
- Example: DEC Alpha 21064 [D. Dobberpuhl, JSSC Nov 92]

High Speed Clocking for Large Digital ICs — 52

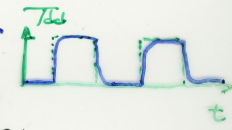


高速化: 高周波化

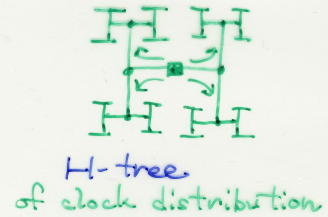


VLSI:  
physical realization  
of "synchronous" sequential  
machine

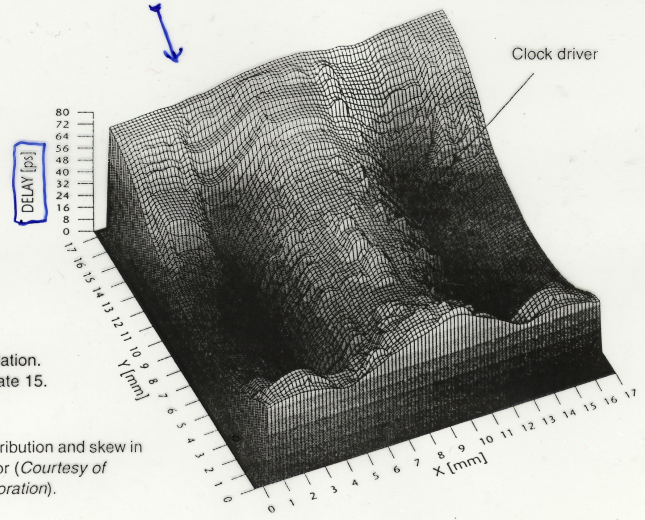
Clock driver  
↑  
ring oscillator



(a) Chip microphotograph,  
showing positioning of  
clock drivers. See also Col-  
orplate 14.



H-tree  
of clock distribution



(b) Clock skew simulation.  
See also Colorplate 15.

Figure 9.12 Clock distribution and skew in  
300 MHz microprocessor (Courtesy of  
Digital Equipment Corporation).

from "Digital Integrated Circuit", J. Rabaey, 1996

- 大規模なクロックツリー  
⇒ 多数のクロック信号源のローカルな相互同期
- VCOの相互結合網  
(水野, 石橋, ISSCC, 1998)

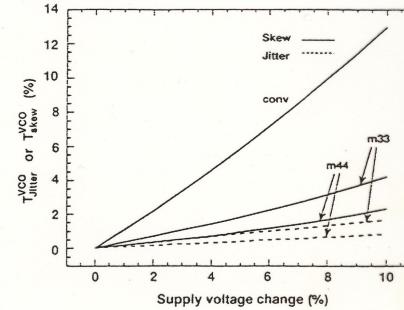
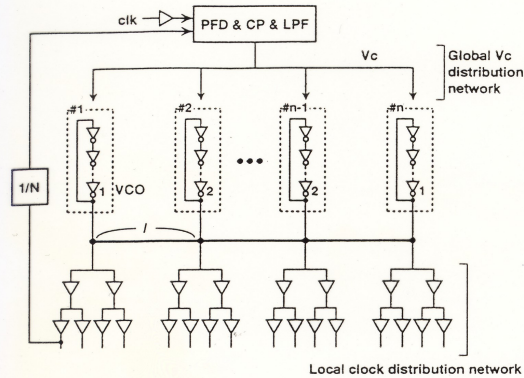


Figure 4: Jitter or skew sensitivity to supply voltage change.

- PLLの相互結合網  
(Gutnik, Chandrakasan, ISSCC, 2000)

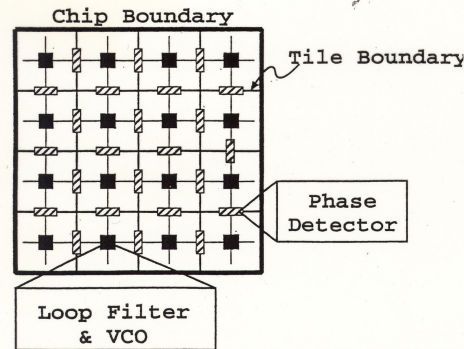


Figure 10.5.1: Distributed clocking network.

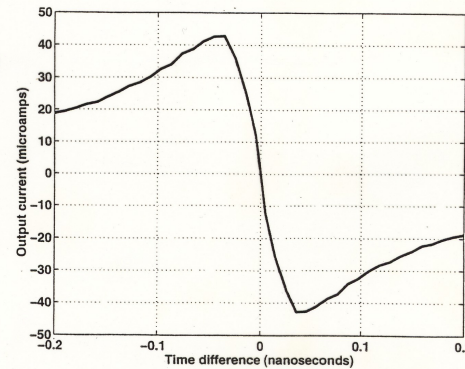
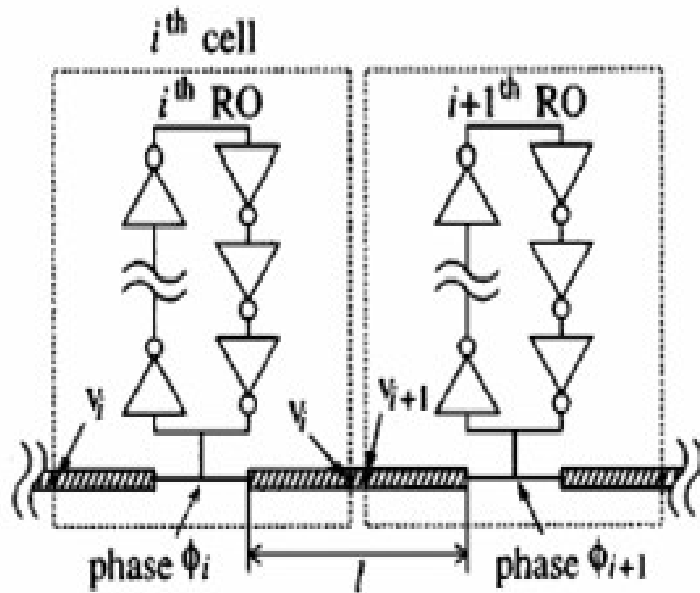


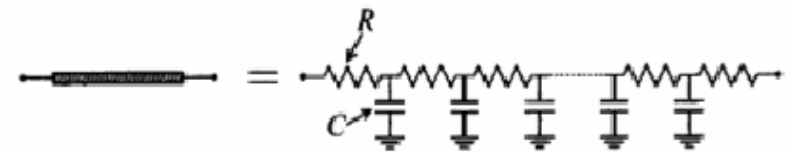
Figure 10.5.4: Simulated PD transfer curve.

# 位相方程式への縮約の工夫

- 振動子(リングオシレーター)と配線を一体化して扱う。  
すなわち遅延を微分方程式に吸収する。

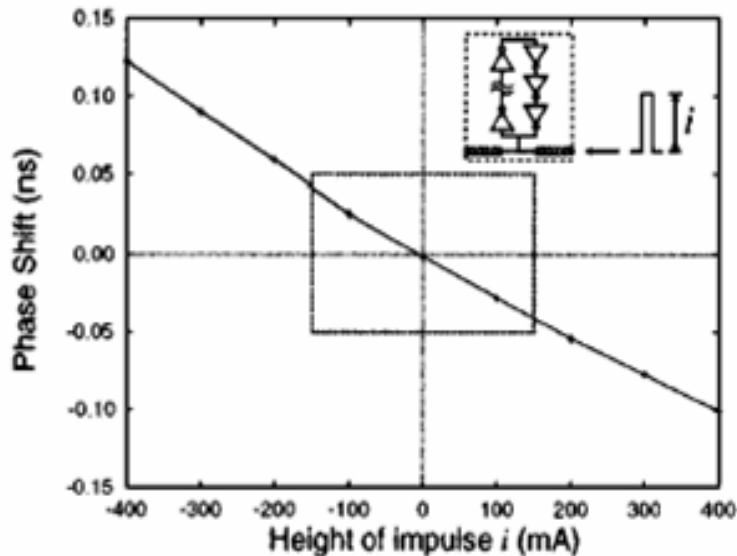


(a)

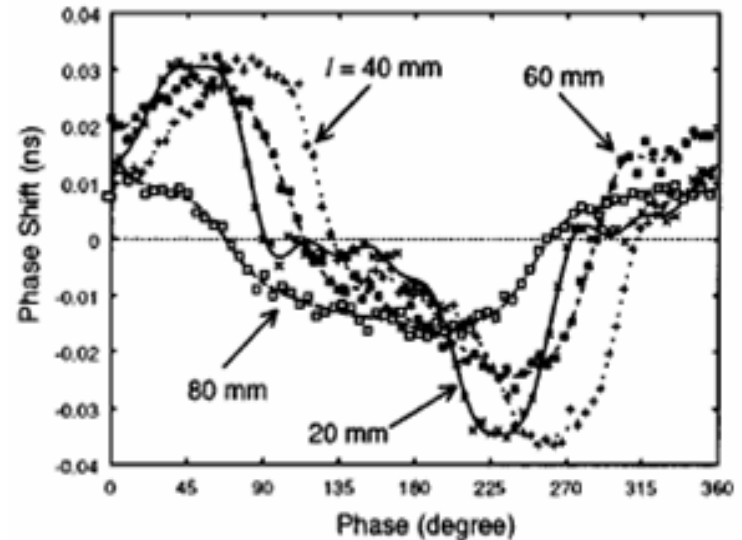


(b)

- 位相ノイズの解析で開発されている手法を用いる。  
 LSS (linear response region): 実は等位相面の存在領域  
 ISF (impulse sensitivity function): 実は位相リセット曲線！



(a)



(b)

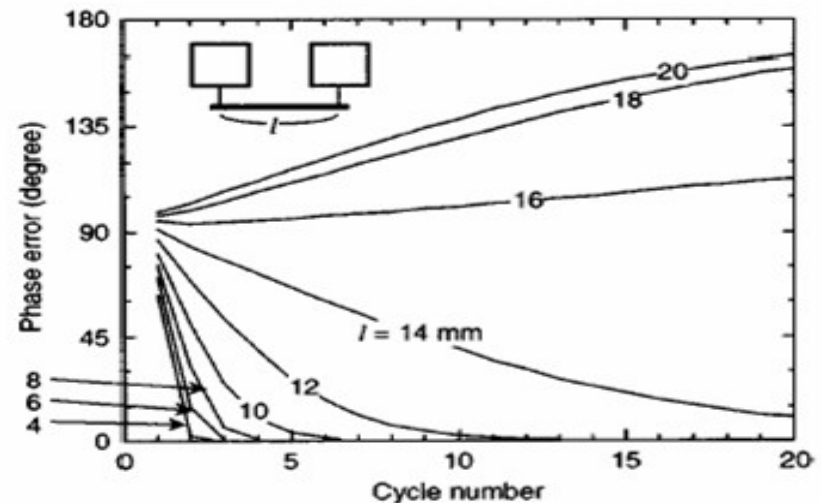
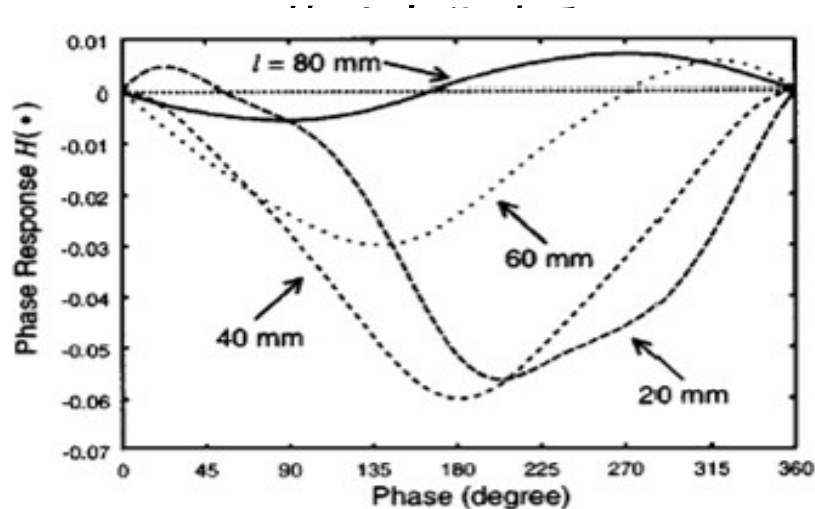
A. Hajimiri and T. H. Lee, "A General Theory of Phase Noise in Electrical Oscillators," *IEEE J. Solid-State Circuits*, vol. 33, pp. 179--194, Feb. 1998. 高く評価されている仕事.

# 位相方程式への縮約の結果とご利益

- 以上から, 回路シミュレータ(実験系)とインパルス応答からクロック発振器の位相方程式が求まる

$$\frac{d\phi_i}{dt} = \Omega_i + H(\phi_{i+1} - \phi_i) + H(\phi_{i-1} - \phi_i)$$

- 振動子(リングオシレーター)間の配線の長さに応じて位相比較特性



- 相互同期可能な配線長の上限が存在し, これを越えると急激に同期位相差が増加する.
- 日立グループのデータがクリアに説明できた!



# 位相方程式への縮約の工夫

以上の相互同期回路はFPGA上でも再現可能.

- ・ パルスを通じて相互作用する完全デジタル回路

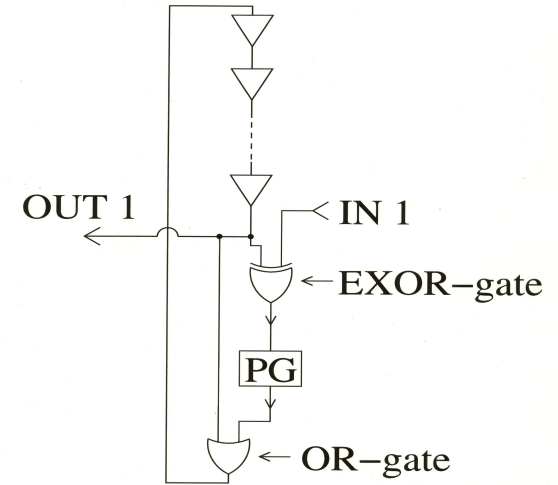
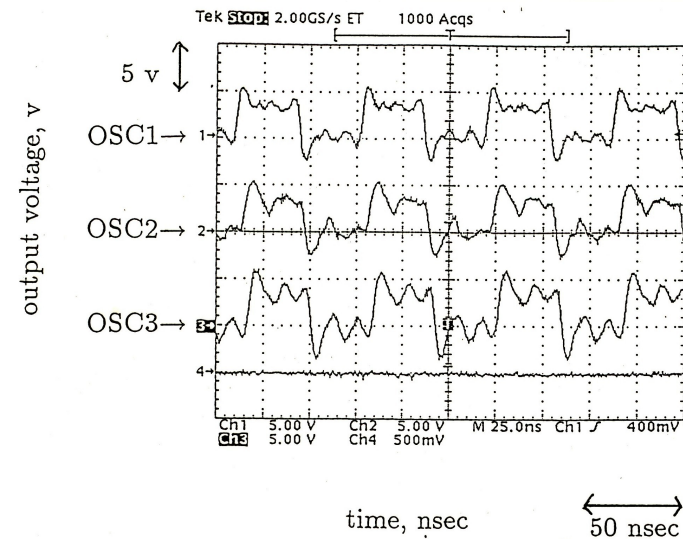
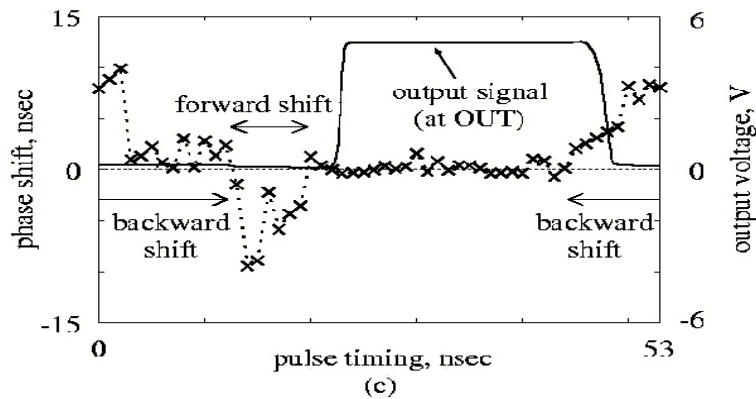
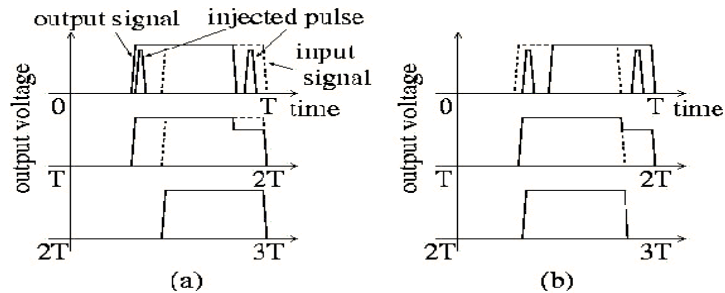


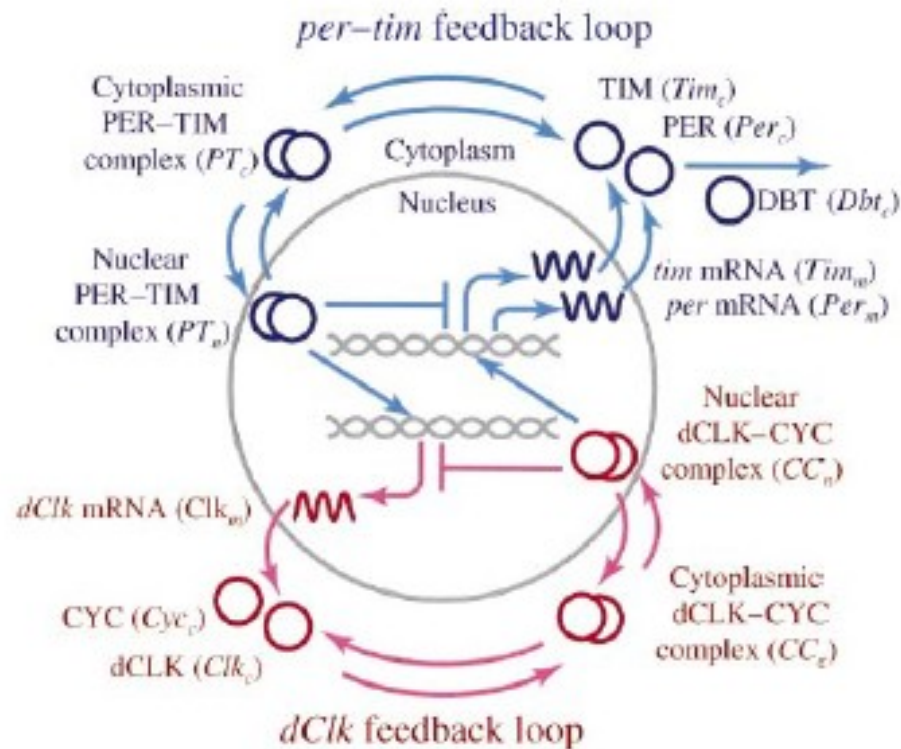
Fig. 1-2



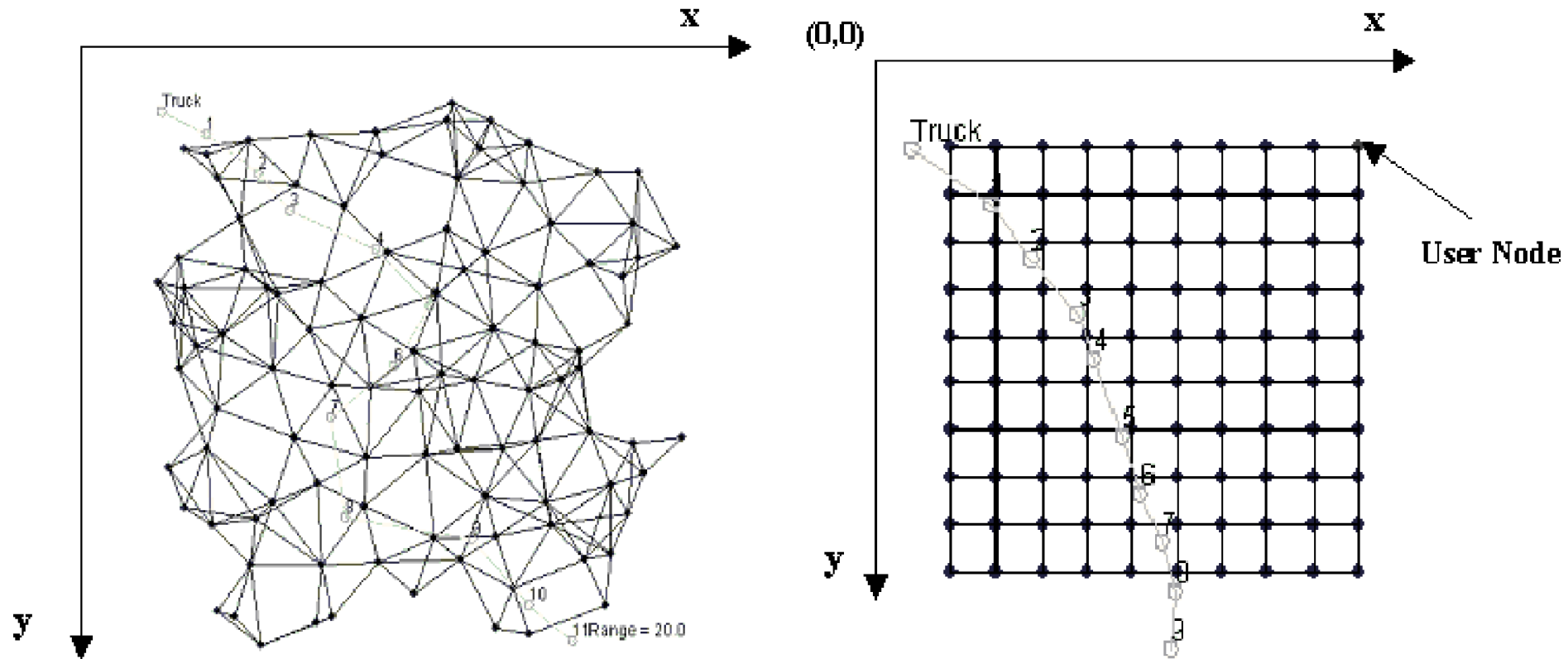
# Open Questions:

- ・より複雑なシステムで同様のインパルス応答を用いた位相方程式への縮約を行うこと.

例： ミリ波発振器，サーカディアンリズムの代謝モデル

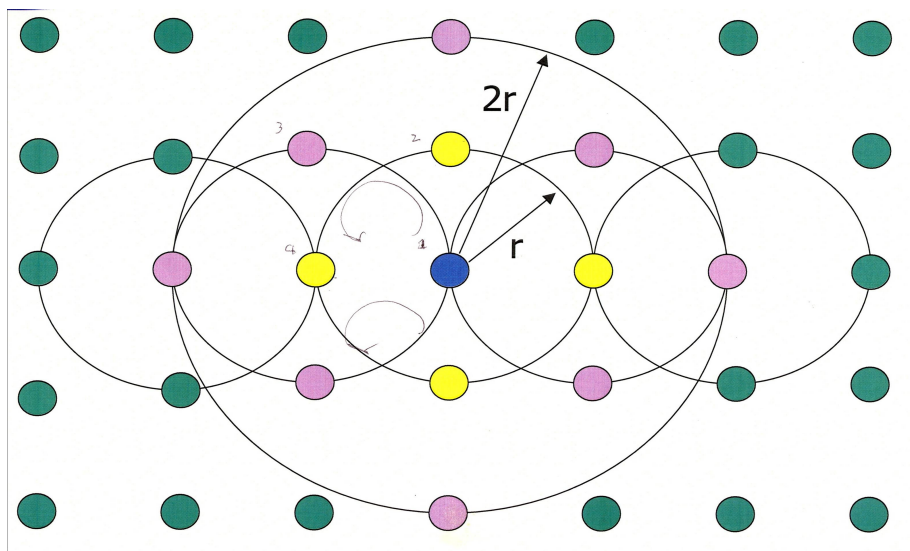


# 微小センサー同士がローカルな無線通信を行う 通信網

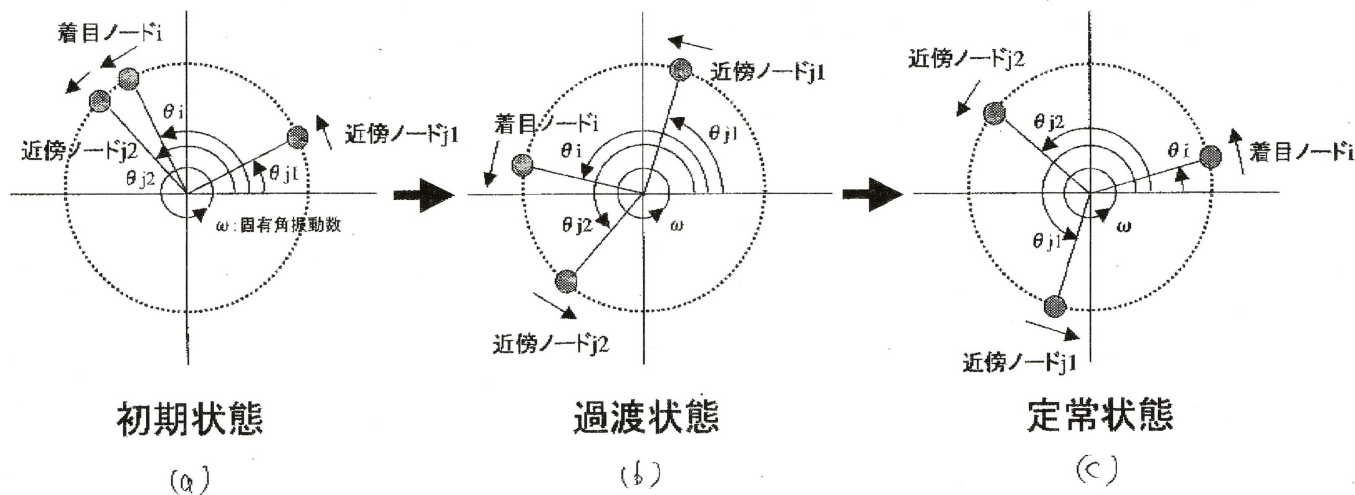


現状ではスパースな網で通信頻度は低い

# ひとつの課題：高密度な網で高速頻度通信の実現



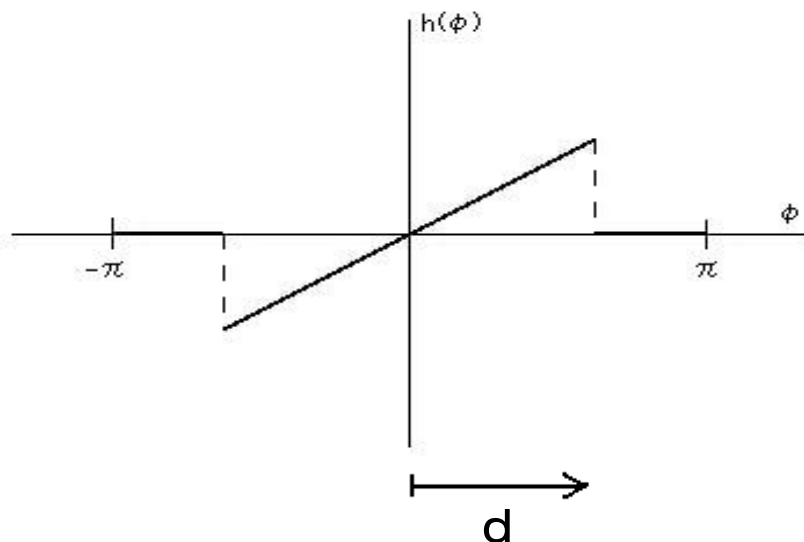
無線信号(パケット)同士の衝突が発生する



# 信号(パケット)同士の衝突を解消するタイミング制御方法(沖電気と共同出願)

振動子間に適当な位相差以上が保持されるような自動的制御

問題は位相比較特性をどのように設定して回路で実現するかという点.  
現時点で最も良好な性能を実現する位相比較特性 $h(\cdot)$ は



以上のシステムに対し、次の設定でシミュレーションを行う。

(1)  $N \times N$ の正方格子 境界あり。  
(必要に応じてリンクの張り変えを行なう。)

(2) 各振動子の発振位相  $\theta_i$  のダイナミクス:

$$\dot{\theta}_i = \omega_i + K \sum_j h(\theta_j - \theta_i) .$$

但し、相互作用は第二近傍まで及ぶとしインパルスによる通信を仮定。

(3) 自然周波数は一様分布:  $\omega_i \in [1, 1.05]$ ,

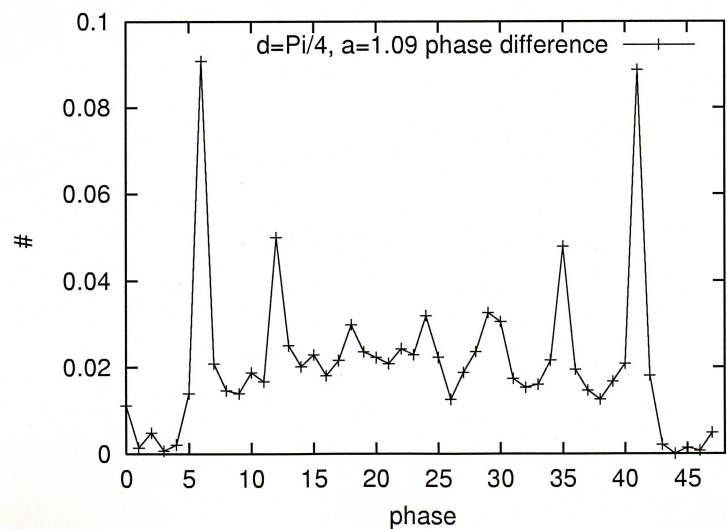
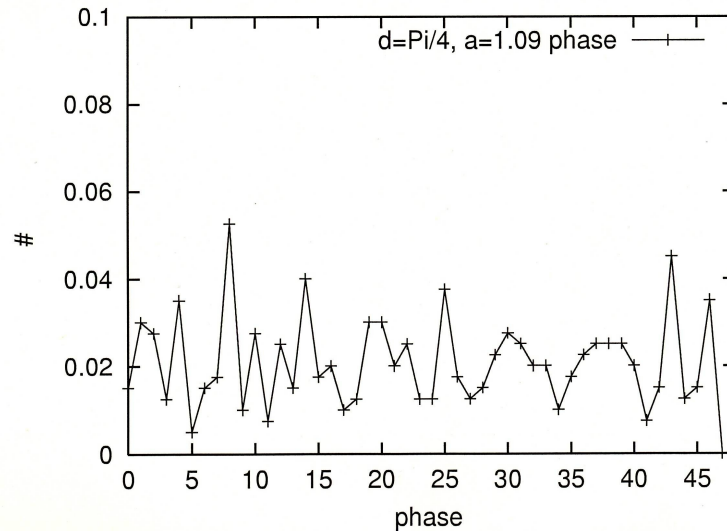
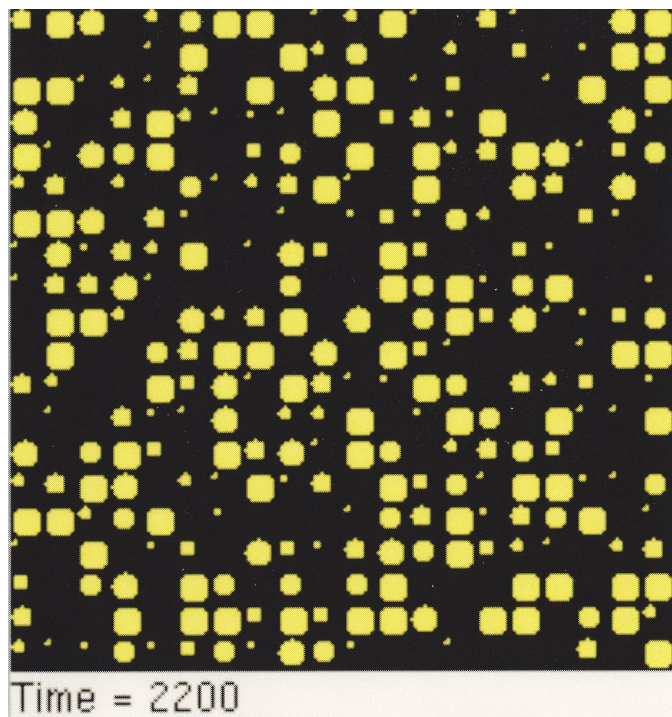
位相の初期条件:  $\theta_i \in [0, 2\pi]$

以上の条件のもとで、ネットワーク内の全てのノードに対し

(a) 発振位相の分布を表示,

(b) 第1近傍の4ノードの  $C_2^4$ 通りの位相差の分布をプロット.

シミュレーションの結果、位相差の分布から良好なタイミング制御が実現されていることが分かる。



安定平衡点は存在しないにもかかわらず、周波数引き込みが生じていることも確認される。

ただし、良好なタイミング制御が実現される限界は存在して、 $d$ がある値を越えると位相差の分布に顕著なパターンが発生する。

Open Questions:

良好なタイミング制御が実現される条件は？

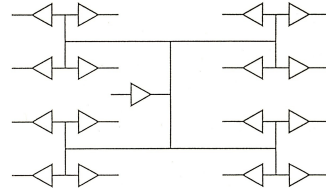


まとめ:

同期の研究は工学の諸問題と切っても切れない関係がある.

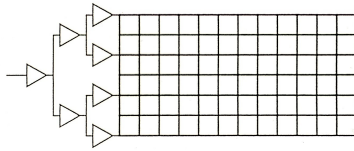
## 従来型クロック網

### H-tree, メッシュ網, その混合型



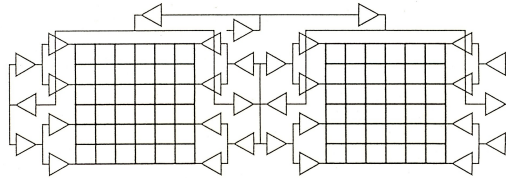
- Can achieve small random skew components
- Limited by process uniformity, not process corner
- Example: PowerPC 603 [G. Gerosa, JSSC Dec 94]

High Speed Clocking for Large Digital ICs — 48



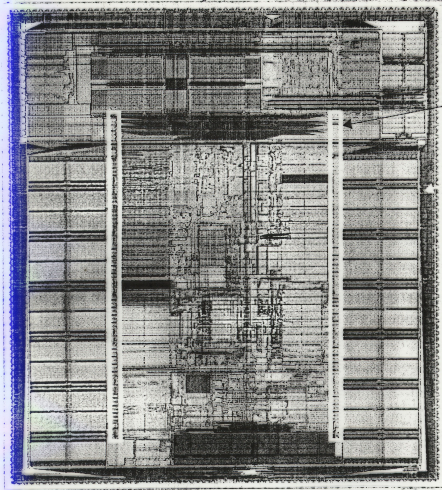
- Results in very small random skew components
- Example: DEC Alpha 21064 [D. Dobberpuhl, JSSC Nov 92]

High Speed Clocking for Large Digital ICs — 52



High Speed Clocking for Large Digital ICs — 55

高速化: 高周波化

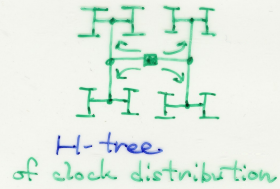


VLSI: physical realization of "synchronous" sequential machine

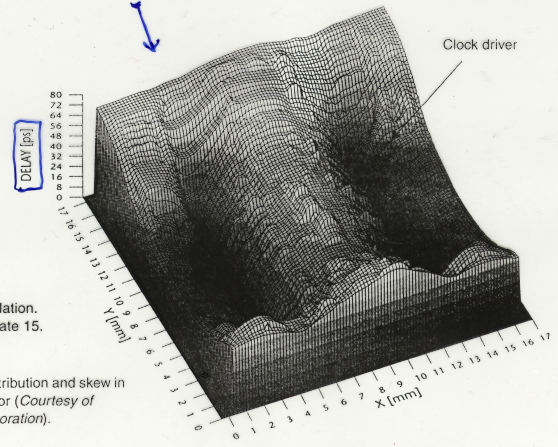
Clock driver  
↑  
ring oscillator



(a) Chip microphotograph, showing positioning of clock drivers. See also Colorplate 14.



H-tree of clock distribution



(b) Clock skew simulation. See also Colorplate 15.

Figure 9.12 Clock distribution and skew in 300 MHz microprocessor (Courtesy of Digital Equipment Corporation).

from "Digital Integrated Circuit" J. Rabaey, 1986

JE

- 大規模なクロックツリー  
⇒ 多数のクロック信号源のローカルな相互同期
- VCO の相互結合網  
(水野, 石橋, ISSCC, 1998)

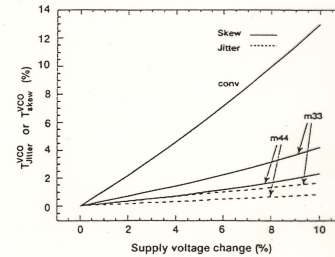
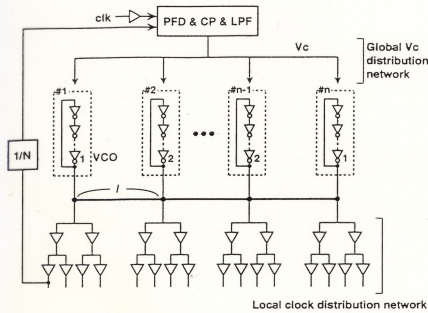


Figure 4: Jitter or skew sensitivity to supply voltage change.

- PLL の相互結合網  
(Gutnik, Chandrakasan, ISSCC, 2000)

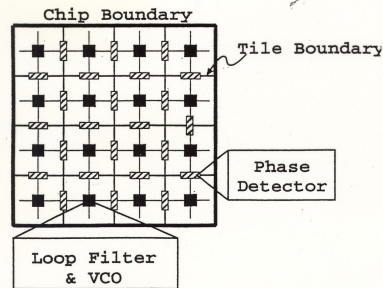


Figure 10.5.1: Distributed clocking network.

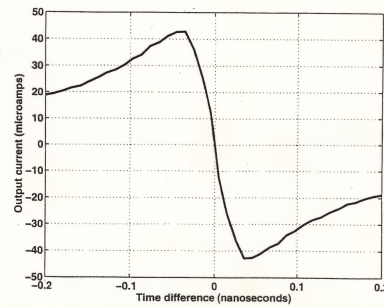


Figure 10.5.4: Simulated PD transfer curve.